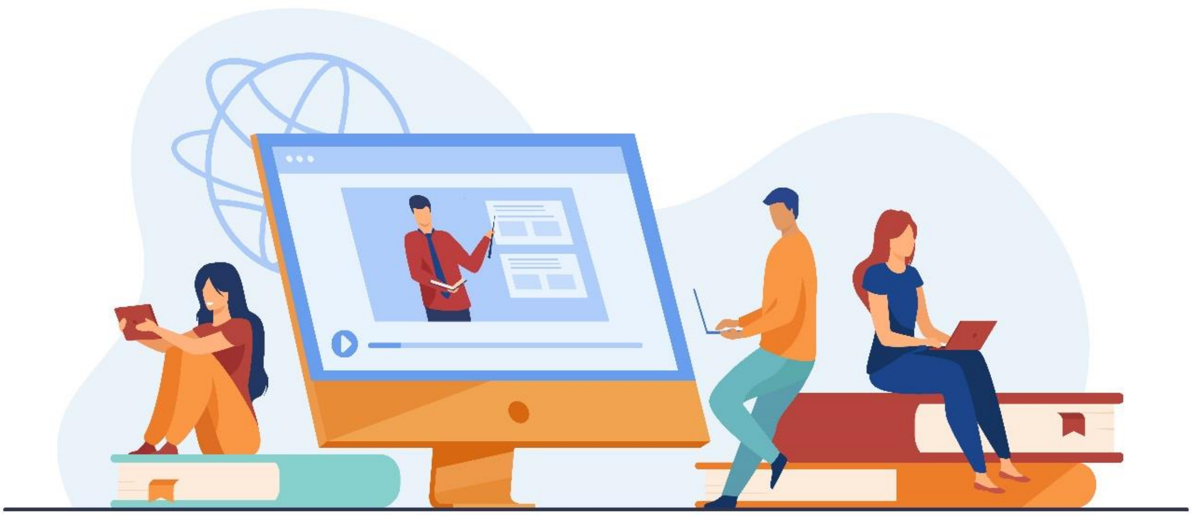
PROPOSITION DE CORRIGÉ

Epreuve de Mathématiques

CRPE 2022 – groupement 1



ForProf
Institut National de Formation des Professeurs

EXERCICE 1

Partie 1

1- a. $v = \frac{d}{t}$ avec $\begin{cases} v\ (vitesse) en\ m/min \\ t\ (temps) en\ min \\ d\ (distance)\ en\ m \end{cases}$

$$v = \frac{250 \times 4}{10} = \frac{1000}{10} = 100$$

v = 100 m/min

1-b. $150\ m/\min = \frac{0{,}15\ km}{\frac{1}{60} h} = \boldsymbol{9\ km/h}$

2- <u>Elève de CM1 :</u>

$$v = \frac{4 \times 400\ m}{9{,}5\ min} = \frac{1600\ m}{9{,}5\ min} \approx 168{,}421\ m/min$$

La vitesse moyenne arrondie à l'unité est 168 m/min.

<u>Elève de CM2 :</u>

$$v = \frac{4 \times 500\ m}{(11 + \frac{8}{60})\ min} = \frac{2000\ m}{(11 + \frac{2}{15})\ min} \approx 179{,}64\ m/min$$

La vitesse moyenne arrondie à l'unité est 180 m/min.

Partie 2

1-a. Périmètre d'un cercle de rayon R = 2.π.R

On a donc 20 = 2.π.R

Donc $R = \frac{10}{\pi}$

Le rayon est égal à 3,18 mètres (valeur arrondie au cm près).

1-b. L'élève de CE1 parcourt 4 x 250 m à une vitesse de 150 m/min.

Il met donc 6min 40s pour parcourir les 4 grands tours.

Il passe 3 x 30 secondes sur le pas de tir, soit 1min 30s.

Il a raté 3 cibles en tout, donc il doit parcourir 3 petits tours, soit 3 x 20 = 60m.

Le temps pour effectuer 60 mètres à une vitesse de 150 m/min est de $\frac{60}{150} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ min, soit 24 secondes.

Durée totale : 6min 40s + 1min 30s + 24s = **8 minutes et 34 secondes.**

2-a. (C3+E3+G3) nous donne le total des cibles manquées.

(C3+E3+G3)*20 nous donne la distance en mètres que l'élève doit parcourir en plus des grands tours.

2-b. La formule à entrer dans la cellule J3 est **=H3*60/I3**

2-c. La formule à entrer dans la cellule K3 est **=(B3+D3+F3+I3)/60**

2-d. L'élève a raté toutes ses cibles, mais a parcouru plus vite les tours de pénalité. La durée totale de la course est donc plus élevée, et sa vitesse moyenne plus faible.

2-e. D'après les performances de l'élève aux essais 2 et 3, la stratégie à adopter est de ne pas rater ses cibles.

EXERCICE 2

1-a. Les nombres décimaux que l'on peut obtenir sont : **0,0** ; **0,1** ; **0,2** ; **1,0** ; **1,1** ; **1,2** ; **2,0** ; **2,1** ; **2,2**.

1-b. Les résultats obtenus en lançant deux dés sont résumés dans le tableau suivant :

2e lancer / 1er lancer	0	0	1	1	2	2
0	**0,0**	**0,0**	**0,1**	**0,1**	**0,2**	**0,2**
0	**0,0**	**0,0**	**0,1**	**0,1**	**0,2**	**0,2**
1	**1,0**	**1,0**	**1,1**	**1,1**	**1,2**	**1,2**
1	**1,0**	**1,0**	**1,1**	**1,1**	**1,2**	**1,2**
2	**2,0**	**2,0**	**2,1**	**2,1**	**2,2**	**2,2**
2	**2,0**	**2,0**	**2,1**	**2,1**	**2,2**	**2,2**

La probabilité d'obtenir 1,2 est donc égale à 4/36=1/9.

1-c. Parmi les 9 nombres, seuls 3 sont strictement inférieurs à 1 (0,0 ; 0,1 ; 0,2). **La probabilité d'obtenir un nombre strictement inférieur à 1 est donc 12/36=1/3.**

2e lancer / 1er lancer	0	0	1	1	2	2
0	**0,0**	**0,0**	**0,1**	**0,1**	**0,2**	**0,2**
0	**0,0**	**0,0**	**0,1**	**0,1**	**0,2**	**0,2**
1	**1,0**	**1,0**	**1,1**	**1,1**	**1,2**	**1,2**
1	**1,0**	**1,0**	**1,1**	**1,1**	**1,2**	**1,2**
2	**2,0**	**2,0**	**2,1**	**2,1**	**2,2**	**2,2**
2	**2,0**	**2,0**	**2,1**	**2,1**	**2,2**	**2,2**

1-d. Parmi les 9 nombres, seuls 3 sont entiers (0 ; 1 ; 2). **La probabilité d'obtenir un nombre entier est donc 12/36=1/3.**

2e lancer / 1er lancer	0	0	1	1	2	2
0	**0,0**	**0,0**	**0,1**	**0,1**	**0,2**	**0,2**
0	**0,0**	**0,0**	**0,1**	**0,1**	**0,2**	**0,2**
1	**1,0**	**1,0**	**1,1**	**1,1**	**1,2**	**1,2**
1	**1,0**	**1,0**	**1,1**	**1,1**	**1,2**	**1,2**
2	**2,0**	**2,0**	**2,1**	**2,1**	**2,2**	**2,2**
2	**2,0**	**2,0**	**2,1**	**2,1**	**2,2**	**2,2**

1-e. Tous les nombres sont décimaux. **La probabilité d'obtenir un nombre décimal est donc 1.**

2- Calcul de l'aire des 3 zones :

Aire (Z_3) = 4 x 10² cm² = 400 cm²

Aire (Z_2) = 12 x 10² cm² = 1200 cm²

Aire (Z_1) = 20 x 10² cm² = 2000 cm²

L'aire du grand carré est égale à 36 x 10² cm²= 3600 cm².

2-a. La probabilité que le dé tombe dans la zone Z_2 est $\frac{Aire(Z_2)}{Aire(grand\ carré)} = \frac{1200}{3600} = \mathbf{\frac{1}{3}}$

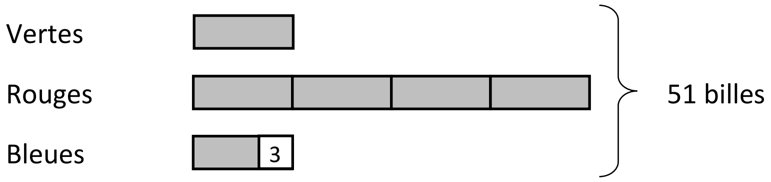
2-b. La probabilité que le dé donne 1 est égale à 1/3. Les deux événements sont indépendants, donc **la probabilité que le dé tombe en zone Z_2 et que le dé donne 1 est égale à** $\mathbf{\frac{1}{3}} \times \mathbf{\frac{1}{3}} = \mathbf{\frac{1}{9}}$

2-c. La probabilité que le dé donne un nombre pair est égale à $\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Les deux événements sont indépendants, donc **la probabilité que le dé tombe en zone Z_2 et donne un nombre pair est égale à** $\mathbf{\frac{2}{3}} \times \mathbf{\frac{1}{3}} = \mathbf{\frac{2}{9}}$

EXERCICE 3

1-



2-a. Soit v le nombre de billes vertes. Le nombre de billes rouges est égal à **4v**, et le nombre de billes bleues est égal à **v-3**.

2-b. On a $v + (4v) + (v - 3) = 51$

Donc $6v - 3 = 51$

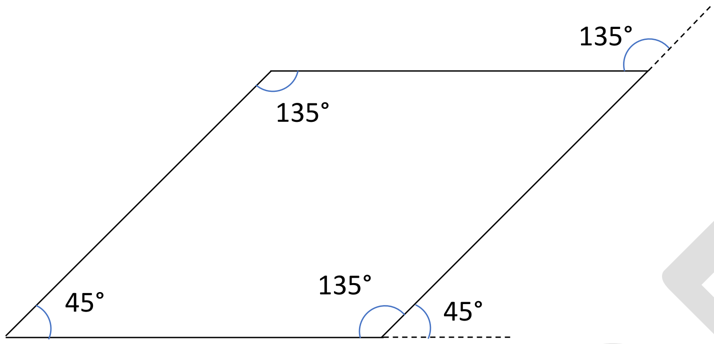
Soit $6v = 54$

Donc $v = 9$

Il y a 9 billes vertes, 36 billes rouges et 6 billes bleues.

EXERCICE 4

1-



Chaque côté mesure 5cm.

2- La boucle trace 2 segments de longueur 50 et l'angle formé entre les 2 segments est de 180-45 = 135°. Le tracé est répété deux fois au total : **on obtient un losange de côté 50.**

3-a. **A = 45, N= 4** (il y a 4 figures tracées).

3-b. En entrée de boucle, C=30. On ajoute 30 à C en fin de boucle. **A la fin du programme, la valeur de C sera égale à 30 + 4x30=150.**

4- La figure est constituée de 4 losanges isométriques, obtenus par une rotation de 90° pour le second, 180° pour le $3^{\text{ème}}$, et 270° pour le $4^{\text{ème}}$. Le centre de rotation est le point de coordonnées (0 ; 0). **Il suffit de donner la valeur 90 à A, et de retirer le bloc « ajouter à C 30 » dans la boucle.**

EXERCICE 5

1-a. Volume de la demi-boule de rayon 30cm : $\frac{2}{3} \times \pi \times 30^3 \mathrm{cm}^3 = 18000\pi$ cm^3

Volume du cône de hauteur 90cm et de rayon 30cm : $\frac{1}{3} \times \pi \times 30^2 \mathrm{cm}^2 \times 90\mathrm{cm} = 27000\pi$ cm^3

Volume du ballon-sonde : $(\boldsymbol{27000\pi} + \boldsymbol{18000\pi})\mathrm{cm}^3 = \boldsymbol{45000\pi}$ cm³

1-b. 1L = 1000 cm^3, donc le volume du ballon-sonde arrondi au litre près est égal à **141 litres.**

2- Notons g la longueur d'une génératrice, r le rayon de base et h la hauteur.

D'après le théorème de Pythagore, on a $r^2 + h^2 = g^2$

Donc $g^2 = 30^2 + 90^2 = 9000$

Soit g = $\sqrt{\boldsymbol{9000}}$ cm.

3- Aire de la demi-boule de rayon 30cm : $2 \times \pi \times 30^2 \mathrm{cm}^2 = 1800\pi$ cm²

Aire du cône : $\pi \times 30 \times \sqrt{9000}$ cm²

Aire totale de l'enveloppe : $(1800\pi + 30\pi\sqrt{9000})$ cm²

$\approx 4046\pi$ cm²

$\approx \boldsymbol{1,5}$ m² arrondi à 0,1m² près.

4-a. Augmenter un nombre de 25% revient à le multiplier par 1,25. **Les longueurs initiales sont donc multipliées par 1,25.**

4-b. L'aire de l'enveloppe est multipliée par $1,25^2$.

$1,5 \times 1,25^2 = 2,34375$

L'aire arrondie à 0,1m² est égale à 2,3m².

4-c. Le volume du ballon-sonde a été multiplié par 1.25^3.

$\boldsymbol{45\pi} \times 1,25^3 \approx 276$.

Le volume du ballon sonde (arrondi à l'entier près) est de 276 L.

5- L'altitude x est comprise entre 0 et 12000m.

Une fonction t affine est du type $t(x) = ax + b$.

On a $t(0) = 15$, donc b = 15, et $t(4500) = -12$, donc $4500a + 15 = -12$,

soit $a = -\frac{27}{4500} = -0{,}006$.

En conclusion, $\boldsymbol{t(x) = -0{,}006x + 15}$.

6- Pour que la température devienne négative, il faut que t(x) soit strictement inférieur à 0,

soit $-0{,}006x + 15 < 0$

soit $x > \frac{15}{0{,}006}$

soit $x > 2500$.

La température devient négative à une altitude supérieure à 2500m.

7- La température est de 15°C à une altitude de 0m. Si elle diminue de 30°C, on s'attend à une température de -15°C.

Pour une température de -15°C, le tableau donne une valeur d'altitude de 5000.

L'altitude du ballon-sonde lorsque la température a baissé de 30°C est donc de 5000 mètres.