ForProf
Institut National de Formation des Professeurs

**CRPE 2021 MATHS – gr2**
**Proposition de corrigé**

## PREMIERE PARTIE

## Partie A :

1.Aire d'un rectangle = longueur × largeur
Aire de la zone de jeu = 100 × 68 = 6800

L'aire de la zone est de 6800 $m^2$.

2.soit d la diagonale de la zone, d correspond à l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côté 68m et 100m.
Par le théorème de Pythagore :
$d^2=68^2+100^2$
$d^2=14624=4^2\times914=4\sqrt{914}$
$d=4\sqrt{914}\approx120,929\ldots$
La diagonale mesure $4\sqrt{914}$ m soit 121 m environ.

3.Soit v la vitesse d'Aya en m/s.
$v=\frac{d}{t}$ avec d la distance en m et t le temps en s
$v=\frac{121}{18}\approx6,722\ldots$
La vitesse moyenne est de 6,72 m/s au centième près.

4.Calculons la vitesse en km/h :
$d=0,121$ km et $t=18\div3600=0,005$ h
$v=\frac{0,121}{0,005}\approx24,2$
Non, la vitesse n'est pas supérieure à 30 km/h.

5.Elaine Thompson parcourt 100 m en 10,93 s, on cherche le temps pour 121 m. Il y a proportionnalité entre le temps et la distance, on peut effectuer un produit en croix :
$\frac{121\times10,93}{100}=13,2253$
Elaine Thompson aurait parcouru la diagonale en 13,2 s.

## Partie B :

Le poteau et Aya sont orthogonaux au sol, on a donc (HP) et (AT) perpendiculaires à (PS), d'où (HP) et (AT) parallèles car perpendiculaires à une même droite.
On est donc dans une configuration de Thalès, on a :

$$\frac{AT}{HP}=\frac{TS}{PS}$$

$$\frac{1,74}{HP}=\frac{2,78}{12,29}$$

HP=$\frac{1,74x12,29}{2,78}$≈7,692…
La hauteur du poteau est de 7,7 m au dixième de mètre près.

## Partie C:

1. Le ballon passera au-dessus de la barre transversale si sa hauteur dépasse 3m quand il sera à 40m de distance de 0.

Graphique A : pour le point d'abscisse 40, l'ordonnée est de 2 donc la hauteur est de 2m à 40m de 0 (2<3).
Graphique B : pour le point d'abscisse 40, l'ordonnée est de 0 donc la hauteur est de 0m à 40m de 0 (0<3).
Graphique C : pour le point d'abscisse 40, l'ordonnée est de 8 donc la hauteur est de 8m à 40m de 0 (8>3).

Seul le coup de pied C permet de passer au-dessus de la barre transversale.

2.a. Pour le point d'abscisse 55, l'ordonnée est de 6,5. Or 6,5>3 donc le ballon est passé au-dessus de la barre.

b. La hauteur maximale est de 18,5 m environ.

c. La courbe recoupe l'axe des abscisses pour une distance de 61m. La ligne de but se situe à 55m donc le ballon retombe par terre à 6m derrière la ligne de but.

3.a. La formule en B2 est de :
=1,22*B1-0,02*B1*B1

b. En F2, on obtient :
1,22×25-0,02×25×25=18

c. Il s'agit de la cellule J2 car le ballon se trouve à 55m de Romain, c'est-à-dire au niveau de la barre.
J2=6,6 et 6,6>3 donc le ballon est bien passé au-dessus de la barre.

4. On cherche $x$ tel que f($x$)=0.
-0,02 $x^2$+1,22 $x$=0
$x$(-0,02 $x$ +1,22)=0
On a soit $x$=0 soit -0,02 $x$ +1,22=0
x=0 correspond au point de départ du ballon

-0,02 $x$ +1,22=0 cad 0,02 $x$=1,22 soit $x$=1,22÷0,02=61
Le ballon retombe par terre à 61m de Romain soit à 6 m derrière la ligne de but.

# DEUXIEME PARTIE

## Exercice 1:

1. $V_T=V_1+V_2$ avec $V_2=2$ et $V_T=12,26$
Donc $V_1= V_T -V_2 = 12,26-2 = 10,26$
La formule du volume du parallélépipède rectangle donne : $V_1=l\times L\times h$ avec h la hauteur
$V_1=1,5\times 1,8\times h$
$10,26=2,7\times h$
$h=10,26\div 2,7=3,8$

La hauteur du parallélépipède rectangle est de 3,8m.

2.La pyramide tronquée a une hauteur de 1,2m donc la hauteur totale du silo est de 3,8+1,2 soit 5m.

3.On cherche r le rayon de la base tel que : $12,26=\pi\times r^2\times 5$
$r^2=\frac{12,26}{5\pi}$
$r=\sqrt{\frac{12,26}{5\pi}}\approx 0,883\ldots$
D'où le diamètre $d\approx 1,766\ldots$
Le diamètre du silo cylindrique serait de 1,8m au dixième de mètre près.

## Exercice 2:

1. 8 personnes gagnent plus de 2000€ ( 4+3+1) , les 2 derniers salaires effacés sont supérieurs à 2000€ car les salaires sont rangés dans l'ordre croissant.
Il y a 19 employés sur le site :
$\frac{8}{19}\approx 0,421\ldots$ soit 42,1% environ
C'est donc vrai, plus de 40% des employés de Toulouse gagnent plus de 2000€.

2.a. Etendue=valeur maximale-valeur minimale
1890=salaire maximal – 1410
Salaire maximal=1890+1410=3300

b. Soit S le salaire cherché.

Salaire moyen=$\frac{2\times 1410+4\times 1590+3\times 1760+2\times 1920+4\times 2100+3\times S+1\times 3300}{19}$

$1935=\frac{30000+3\times S}{19}$
$3\times S=36765-30000$
$S=6765\div 3=2255$
L'avant-dernier salaire du graphique est de 2255€.

3. L'effectif est impair, on cherche la valeur correspondant au rang (19+1)/2 soit 10 ème valeur. Classons les salaires dans l'ordre croissant :
1410;1410;1590;1590;1590;1590;1760;1760;1760;<u>1920</u>;1920;2100;2100;2100;2100;2255;2255;2255;3300
Le salaire médian est donc de 1920€.

4. Salaire moyen à Montauban=1520= Somme des salaires/12
D'où somme des salaires à Montauban =1520×12=18240

Salaire moyen à Toulouse=1935= Somme des salaires/19
D'où somme des salaires à Toulouse $=1935\times19=36765$

Salaire moyen total$=\frac{18240+36765}{12+19}=\frac{55005}{31}\approx1774,354...$
Le salaire moyen pour l'ensemble du personnel est de 1774€ à l'unité près.

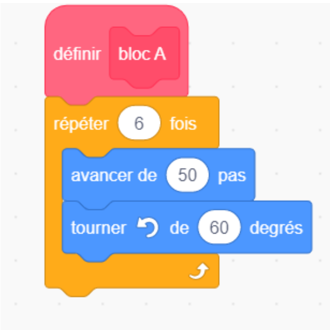
5.a. 1410+1410x10%=1410+141=1551
Le salaire minimum sera de 1551€.

b. On cherche A le pourcentage d'augmentation tel que :
$\frac{18240\times(1+A)}{12}=1935$
$18240\times(1+A)=23220$
$1+A=23220\div18240$
$1+A\approx1,2730...$
$A\approx27,30...$
Il faut augmenter les salaires de 27,3% au dixième de % près.

Autre procédure :
1520x(1+A)=1935
$1+A=1935\div1520$
$1+A\approx1,2730...$
$A\approx27,30...$

## Exercice 3:

1.Bloc A : dessin 2
Bloc B : dessin 1
Bloc C : dessin 3

2.



3.a. Il s'agit d'une rotation d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre et de centre (0;0).

b. Il y a 6 motifs « bloc A ».

4. Il s'agit de 6 carrés alignés de côté 50 pixels.
20 pixels correspondent à 1 cm
50 pixels correspondent à 2,5 cm

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

## Exercice 4:

1.Vrai : chaque lancer est indépendant des autres, à chaque lancer on a 1 chance sur 2 d'obtenir face. La probabilité d'obtenir face au 4$^{ème}$ lancer est 0,5.

2.Faux :
Il y a 4 boules en tout dans chaque urne.
P(« une boule verte de la 1$^{ère}$ urne »)= $\frac{1}{4}$
P(« une boule verte de la 2$^{ème}$ urne »)= $\frac{1}{4}$
P(« deux boules vertes »)= $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
On multiplie les 2 probabilités car on est dans le cadre du « et » et non du « ou ».

3. Faux :
On obtient 2 en ajoutant 1 du 1$^{er}$ lancer et 1 du 2$^{ème}$ lancer.
P(« 2 »)= $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
On obtient 3 en ajoutant 1 du 1$^{er}$ lancer et 2 du 2$^{ème}$ lancer ou ajoutant 2 du 1$^{er}$ lancer et 1 du 2$^{ème}$ lancer.
P(« 3 »)= $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{36}$
Les deux probabilités ne sont pas égales.

# TROISIEME PARTIE

## SITUATION 1 :

1.

| | Procédure | Compétences en jeu |
|---|---|---|
| Elève 1 | Calcul réfléchi en ligne.<br>Il remarque qu'il faut ajouter 2 à 8 pour arriver à 10 et il sait que 5 c'est 3+2.<br>Il ajoute d'abord 2 à 38 pour obtenir un nombre « rond » puis ajoute 3 à cette somme.<br>Son raisonnement et ses calculs sont justes. Il y a seulement une mauvaise utilisation du signe = (38+2≠40+3). | Connaissance des compléments à 10<br>Décomposition additive de 5<br>Appui sur l'associativité et la commutativité de l'addition<br>Connaissance des tables d'addition |
| Elève 2 | Utilisation d'un arbre à calcul.<br>Il ajoute les unités ensemble 5+9+5+1, il obtient 20 puis les | Connaissance de la valeur des chiffres en fonctions de leur position |

| | | |
|---|---|---|
| | dizaines ensemble 1+1+1 il obtient 3 dizaines cad 30. Enfin il ajoute 30 et 20.<br>Son raisonnement et ses calculs sont justes. | Conversion des dizaines en unités, il sait que 3 dizaines=30 unités<br>Appui sur l'associativité et la commutativité de l'addition<br>Connaissance des tables d'addition |
| Elève 3 | Utilisation d'un arbre à calcul pour regrouper les unités et les dizaines comme pour l'élève 2.<br>Il ajoute séparément les unités entre elles et les dizaines entre elles puis finit par ajouter ces 2 résultats.<br>Son raisonnement et ses calculs sont justes. | Connaissance de la valeur des chiffres en fonctions de leur position<br>Conversion des dizaines en unités, il sait que 7 dizaines=70 unités<br>Connaissance des tables d'addition<br>Appui sur l'associativité et la commutativité de l'addition |

2. Procédure 1 : elle consiste à ajouter et à enlever un même terme, ce qui ne change pas le résultat, afin d'obtenir un multiple de 10.
32+49=32+49+1-1=32-1+49+1=31+50=81

Procédure 2 : elle s'appuie sur le complément de 49 pour passer à la dizaine supérieure.
32+49=32+50-1=32-1+50=31+50=81

## SITUATION 2 :

1. Il s'agit de la proportionnalité, la distance est proportionnelle au nombre de pas.

2. L'élève utilise la propriété de linéarité multiplicative. Il reconnaît que pour passer de 14 pas à 7 pas, il faut diviser par 2. Il divise donc par 2 la distance. Sa procédure et ses calculs en ligne sont justes, il donne ses calculs.

3. L'élève utilise la propriété de linéarité additive. Il reconnaît que pour avoir 21 pas il faut ajouter 7 pas et 14 pas. Il utilise le résultat de la 1$^{ère}$ question et ajoute la distance pour 7 pas avec celle pour 14 pas. Sa procédure et ses calculs en ligne sont justes, il explicite ses calculs par des phrases.

4. On peut utiliser la propriété de la conservation des écarts :
Un écart de 7 pas correspond à une distance de 25 cm (14-7=7 et 50-25=25).
Entre 14 et 21 pas, il y a aussi un écart de 7 pas.
14 pas correspond à 50 cm, on ajoute donc à 50 l'écart correspondant à la distance soit : 50+25= 75 pas.

5.a.
5 n'est pas multiple de 3, le coefficient multiplicatif pour passer de 5 à 3 n'est pas un entier. Il n'y a que la donnée pour 5 pas. Le choix des nombres n'induit donc pas l'utilisation des propriétés de linéarité multiplicative et additive.
75 est multiple de 5, on peut facilement calculer la distance parcourue pour un pas. L'enseignant souhaite donc encourager la procédure du retour à l'unité.

b.
Un robot parcourt 75 cm en 5 pas.
On cherche d'abord combien il parcourt en 1 pas puis pour 3 pas :

÷5 5 pas <> 75 cm ÷5

×3 1 pas <> ? 15 ×3

3 pas <> ? 45

Le robot parcourt 45 cm en 3 pas.

## SITUATION 3 :

1. a. La procédure d'Ethan consiste à ajouter des zéros à droite du nombre pour avoir les parties décimales au même format et pour pouvoir comparer plus facilement les deux nombres. L'élève ajoute un zéro à la fin de 5,2. Il a comparé 12 et 20, cette procédure s'avère erronée car les parties entières ne sont pas identiques.
Il aurait pu aussi considérer 312 centièmes et 520 centièmes puis comparer ces 2 nombres entiers, cette procédure a plus de sens mais elle nécessite une bonne connaissance de la numération avec la conversion en centièmes, que cet élève n'a peut-être pas.

b. Avec la droite graduée, l'élève verrait instantanément que 3,12 est avant 5,2 car 3,12 sera placé entre 3 et 4 et donc ne peut pas dépasser 5.
Cette procédure est plus efficace car la droite graduée permet de mettre du sens, l'élève va mieux se représenter la valeur des chiffres en fonction de leur position et les relations entre les unités. Au contraire, la procédure d'Ethan ne s'appuie pas sur la valeur des chiffres en fonction de leur position et elle peut conforter la conception erronée selon laquelle le nombre décimal est composé de 2 entiers juxtaposés séparés par une virgule.

c. Rose regarde d'abord les parties entières, elles sont différentes, elle peut donc les comparer :5>3. Elle s'arrête là et elle conclut que 5,2 est plus grand que 3,12. Sa procédure est juste et elle explicite son raisonnement.

d. Pour vérifier que Rose maîtrise les règles de comparaison de 2 nombres décimaux, il faudrait :
- des nombres avec des parties entières identiques : 3,27 et 3,12 ; l'enseignant verra s'il respecte l'ordre de comparaison des différentes unités dans la partie décimale.
- des nombres avec des parties décimales de longueur différente : 3,4 et 3,21 ; l'enseignant verra s'il n'applique pas les règles de comparaison des entiers à la partie décimale.

2.a. Louisa pense que le nombre qui a des millièmes est plus grand que celui qui n'a que ses centièmes car il a plus de chiffres dans la partie décimale. Sa conception est erronée et sa formulation maladroite car un millième est plus petit qu'un centième.

b. Nolan il compare le nombre de zéros de la partie décimale. Il transfère peut-être une règle des entiers sur les nombres décimaux, un entier qui se termine par deux zéros est plus grand que celui qui n'en a qu'un. De plus, 13,001 a un zéro de plus par rapport à 13,01, il se trompe quand il écrit deux zéros de plus.

c. Loane pourrait dire : « les parties entières et le chiffre des dixièmes sont identiques. Je compare le chiffre des centièmes, 1>0 donc 13,01 est plus grand que 13,001. »

3. Conceptions erronées possibles :
- le nombre le plus petit est celui qui a le moins de chiffres dans la partie décimale.
- le nombre le plus petit est celui qui a des millièmes car un millième est plus petit qu'un centième ou qu'un dixième.