ForProf
Institut National de Formation des Professeurs

CRPE 2021 MATHS – gr1
Proposition de corrigé

PREMIERE PARTIE

Partie A :

1. Le support coûte 93 centimes à la fabrication soit 0,93€. Il faut ajouter le prix des 9 diodes, une diode coûte 0,18 € : 9×0,18 soit 1,62€.
On ajoute ces 2 coûts : 0,93+1,62 =2,55
Le modèle A a bien un coût de fabrication de 2,55€.

2.a. Formule en D2 étirée vers le bas :
=C2+B2*0,18

b. Formule en F2 étirée vers le bas :
=D2*E2

3. Commande Dupont :
Modèle A : 19000×2,55=48450 €
Modèle B : 14900×(0,98+25×0,18)=14900×5,48=81652 €
Modèle C : 3094×(1,12+32×0,18)=3094×6,88=21286,72 €
Le montant total de la commande Dupont sera de 48450+81652+21286,72 soit 151388,72 €.

Partie B :

1. Le modèle A est un cylindre de hauteur 6 cm et de diamètre 4,5 cm soit 2,25 cm de rayon.
Volume de l'ampoule A=Aire base × hauteur
Aire base en cm^2= $2,25^2$×π=5,0625 π
Volume de l'ampoule A en cm^3=5,0625 π ×6=30,375 π≈95,425…
L'ampoule A a un volume de 95,4 cm^3au mm près.

2. a. Calculons l'aire de la surface sur laquelle les boîtes sont posées :
Aire en cm^2= 80×120=9600
Pour avoir le maximum de boîtes sur un étage, il faut les poser sur la face dont l'aire est minimale. Il faut donc placer la face carrée sur la palette, l'aire de la surface occupée par une boîte sera de 5×5 soit 25 cm^2 et elle aurait été de 7×5 soit 35 cm^2dans l'autre cas.
9600÷25=384
On peut donc mettre au maximum 384 boîtes sur un étage.

b. Chaque étage aura une hauteur de 7 cm (hauteur de la boîte).
On enlève l'épaisseur de la palette :1,20-0,145=1,055
On cherche combien d'étages de 7 cm rentrent dans 1,055m soit 105,5 cm.
105,5÷7=15,071…

Au maximum, on pourra mettre 15 étages d'ampoules.

c. Sur une palette, il y a au plus 15 étages de 384 boîtes soit 5760 boîtes au maximum.
Calculons le nombre de palettes pour chaque modèle :
19000 de A : $19000 \div 5760 \approx 3{,}29\ldots$ soit 3 palettes pleines + 1
14900 de B : $14900 \div 5760 \approx 2{,}58\ldots$ soit 2 palettes pleines + 1
3094 de C : une palette suffira
Il faut donc 8 palettes à 15 € soit 120 €.

3.Il y a en tout 36994 boîtes à 0,12€ pièce, les boîtes coûtent $36994 \times 0{,}12$ soit 4439,28€. On rajoute 120 € pour les palettes. L'emballage coûtera 4559,28 €.

Partie C :

1. Etendue=salaire max-salaire min=2192,48-1488,11=704,37

2.L'effectif est impair, on prend la valeur de rang $\frac{13+1}{2}$ soit la 7 ème valeur.
On range les valeurs dans l'ordre croissant :
1488,11 ; 1539,45 ; 1593,38 ; 1593,38 ; 1864,37 ; 1864,37 ; <u>1864,37</u> ; 1938,36 ; 1948,37 ; 1994,38 ; 1998,93 ; 2048,37 ; 2192,48

Le salaire médian est de 1864,37 €.

3.
$$\frac{1488{,}11+1539{,}45+2\times1593{,}38+3\times1864{,}37+1938{,}36+1948{,}37+1994{,}38+1998{,}93+2048{,}37+2192{,}48}{13}=\frac{23928{,}32}{13}$$
$=1840{,}64$
Le salaire moyen est de 1840,64 €.

4. Coût global = $\frac{1864{,}37}{0{,}78}\times1{,}45\approx3465{,}816\ldots$
Le coût global de ce salarié est de 3465,82 euros environ.

5. a. $1488{,}11\times1{,}03=1532{,}7533$
Cet employé gagnera 1532,75 €.

b. Coût global = $\frac{1532{,}75}{0{,}78}\times1{,}45\approx2849{,}342\ldots$
Cet employé coûtera 2849,34 € environ.

c. Coût global avant augmentation= $\frac{1488{,}11}{0{,}78}\times1{,}45\approx2766{,}36$
Le coût a augmenté de 2849,34-2766,36 soit de 82,98 €.
Le pourcentage d'augmentation est de : $\frac{82{,}98}{2766{,}36}\approx0{,}02999\ldots$ soit de 3% environ.

Partie D:

1.a. f(0)=284 donc C1 représente f(x) (Société A)
g(0)=115 donc C2 représente g(x) (société B)

b. Pour 6 palettes, la courbe C2 est en dessous de C1 donc la société B est la plus économique.
c. Jusqu'à 10 palettes, la société B est la plus économique.
Pour 10 palettes, les tarifs sont égaux.

A partir de 11 palettes, la société A est la plus économique.

2. On cherche x tel que :
12x+284=29x+115
17x=284-115
17x=169
$x=\frac{169}{17}\approx 9,941...$
Le nombre de palettes devant être un nombre entier, on peut donc conclure que jusqu'à 9 palettes, la société B est la plus économique et à partir de 10 c'est la société A.

DEUXIEME PARTIE

Exercice 1:

1. Soit p la probabilité d'obtenir 1,2,3,4 ou 5. Les événements sont indépendants et il y a 6 issues possibles à cette expérience.
$p+p+p+p+p+\frac{1}{2} = 1$
$5p=\frac{1}{2}$
$p=\frac{1}{10}$
La probabilité d'obtenir 3 est de $\frac{1}{10}$.

2. Pour obtenir un nombre pair, il faut 2 ou 4 ou 6.
P(« nombre pair »)=P(« 2 »)+P(« 4 »)+P(« 6 »)= $\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{2}=\frac{7}{10}$

3. P(« >4 avec le dé pipé »)= P(« 5 »)+ P(« 6 »)= $\frac{1}{10}+\frac{1}{2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$
P(« >4 avec un dé normal »)= P(« 5 »)+ P(« 6 »)= $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

$\frac{3}{5}>\frac{1}{3}$ donc il a plus intérêt à utiliser son dé pipé.

4.a. Pour faire 12, il faut 6 avec le dé pipé et 6 avec le dé normal.
P(« 12 »)= $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6} =\frac{1}{12}$

b. Pour faire 10, il faut 5 sur les 2 dés ou bien 4 sur le dé pipé avec 6 sur l'autre ou bien 6 sur le dé pipé avec 4 sur l'autre.
P(« 10 »)= $\frac{1}{10}\times\frac{1}{6} + \frac{1}{10}\times\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\times\frac{1}{6} = \frac{1}{60}+ \frac{1}{60} + \frac{5}{10}\times\frac{1}{6} = \frac{7}{60}$

Exercice 2:

1. Dans le triangle ABC rectangle en B, par le théorème de Pythagore on a :
$AC^2=AB^2+BC^2$
$AC^2=4^2+4^2=32= 4\sqrt{2}$
AC=EO donc EO mesure $4\sqrt{2}$ cm.

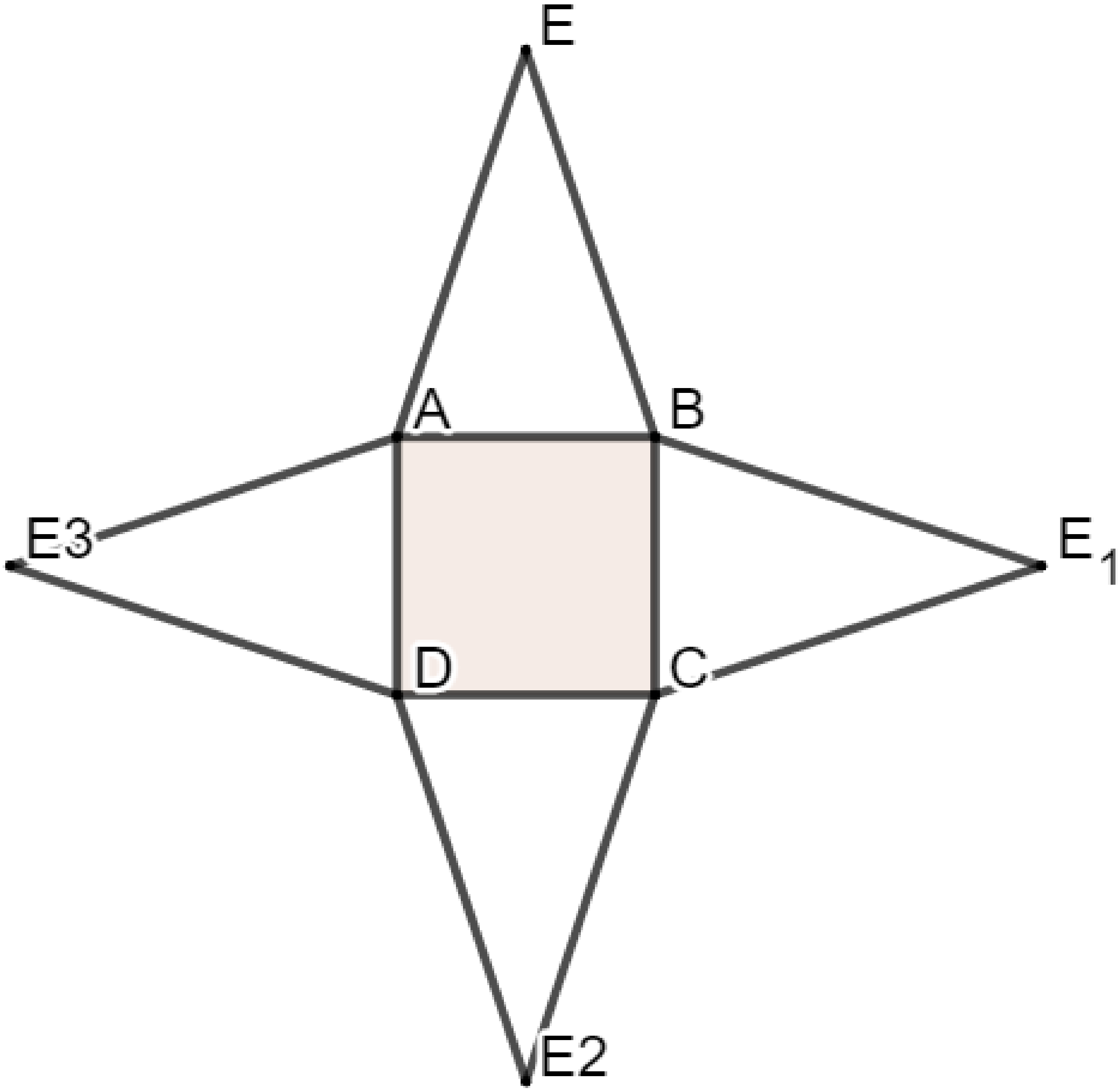
2. Dans une pyramide la hauteur est orthogonale à la base donc (EO) perpendiculaire à toute droite de la base.

Dans le triangle EOA rectangle en 0, on a :
$AE^2=EO^2+AO^2$
$AO=4\sqrt{2}\div 2=2\sqrt{2}$
$AE^2=32+(2\sqrt{2})^2=32+4\times 2=40$
$AE=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\approx 6{,}32..$
La valeur exacte de AE est $2\sqrt{10}$ cm soit 6,3 cm au mm près.

3. Calculons la hauteur des triangles isocèles constituant les faces latérales:
$(2\sqrt{10})^2=h^2+2^2$
$h^2=4\times 10-4=36$
$h=6$
Utilisons cette longueur pour éviter d'utiliser la valeur approchée de AE

patron voir annexe

Annexe :



EXERCICE 3 :

1. a. Si on rentre 5 dans le programme A :
5-4 = 1
3×1 = 3
3+3 =6
On obtient 6.

b. Si on rentre 5 dans le programme B:
3×5=15
15-9=6
On obtient 6.

c. Avec A : 5,2-4=1,2 puis 3×1,2=3,6 et enfin 3,6+3=6,6
On obtient 6,6 avec A.

Avec B : 5,2×3=15,6 puis 15,6-9=6,6
On obtient aussi 6,6 avec B.

d. Il semblerait que les 2 programmes donne le même résultat.
Vérifions pour tout nombre n entré dans le programme.
Avec A : 3×(n -4)+3=3 n -12+3=3 n -9
Avec B : (3× n)-9=3 n -9
Nous trouvons la même expression, la conjecture est donc vraie pour n'importe quel nombre rentré.

2. On cherche x tel que :
3 x -9=14
3 x =14+9
3 x =23
$x=\frac{23}{3}$
Il faudrait rentrer $\frac{23}{3}$ si le programme accepte les fractions.

3. Rentrer un nombre n entier quelconque dans le programme B correspond à :
Résultat=3n-9=3(n-3)

n-3 est entier en tant que somme d'entiers, le résultat est bien un multiple de 3.

TROISIEME PARTIE

SITUATION 1 :

1.

	Réussites	Erreurs
Elève A	Il a gradué toute la règle avec des graduations régulières. Ses graduations correspondent bien au quart de l'unité donnée.	Son erreur se situe sur les nombres associés aux graduations, il n'utilise pas de fractions et utilise que des nombres entiers.

		Il fait comme si la bande donnée était de 4 unités.
Elève B	Il semble maîtriser les fonctions simples supérieures et inférieures à 1. Il fait la correspondance $\frac{4}{4}$=1 et $\frac{8}{8}$=2. Il a correctement placé les unités.	Son erreur se situe au niveau du placement des graduations entre les unités, il semble les positionner de façon aléatoire, elles ne sont pas régulièrement espacées.
Elève C	Il a placé les traits correspondant aux différentes graduations de façon régulière. Il connaît la suite des fractions de dénominateur 4.	Une première erreur se situe dans le placement des fractions, il les écrit entre les 2 traits au lieu de les écrire au niveau de la graduation. Cela crée un décalage, cela lui rajoute un quart d'unité. Il semblerait aussi qu'il n'ait pas tenu compte de la bande unité pour déterminer ses graduations, il a peut-être positionné de cm en cm. Enfin, il fait un saut entre $\frac{12}{4}$ et $\frac{14}{4}$.
Elève D	Il a compris le partage d'une unité en 4 et sait donner la fraction correspondante. Il positionne ses graduations de façon régulière et précise.	Il comprend que c'est la règle qui représente l'unité, il ne tient pas compte de la bandelette unité donnée.

2. 1er critère : Vérifie que tes graduations sont régulières, les traits doivent tous se trouver à la même distance.
2ème critère : Vérifie que ton unité est de la même longueur que la bande unité.

SITUATION 2 :

1. Les élèves doivent :
- savoir reproduire une figure complexe sur un quadrillage
- savoir construire une figure par symétrie axiale

2. La forme choisie va influer sur :
- le nombre de points de la figure
- la présence ou non d'obliques

3.

	Réussites	Erreurs
Farid	Figures soignées 1ère étape réussie : reproduction à l'identique	Il a juste reproduit la même figure après la ligne. Il s'agit d'un glissement et non d'une symétrie.
Lise	1ère étape réussie : reproduction à l'identique Elle a compris le principe de symétrie, les 2 figures sont bien symétriques.	Il y a un décalage, le point le plus à gauche devrait se trouver à un carreau de la ligne. Ce n'est pas la ligne qui est l'axe de symétrie de sa figure. Manque de précision pour le sommet du mât.

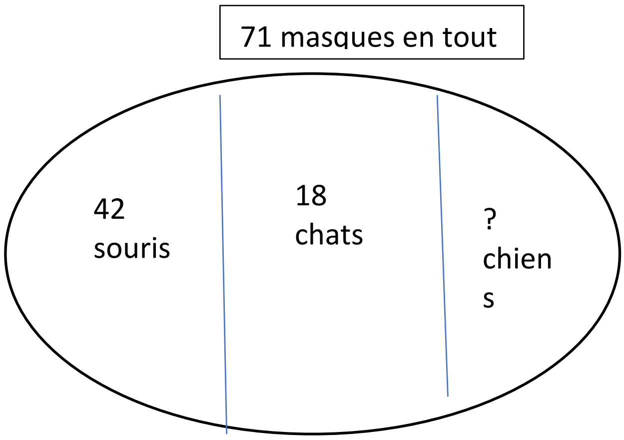
Louanne	1ère étape réussie : reproduction à l'identique La coque du bateau a bien été construite par symétrie.	L'erreur se situe sur le mât, elle a confondu le départ de l'oblique avec le trait vertical.
Baptiste	Figures soignées Il a bien construit sa figure par symétrie en prenant la ligne pour axe.	Son erreur se situe sur la 1ère reproduction, la coque est plus courte d'un côté.

SITUATION 3 :

1.

	Modéliser	Calculer
Elève A	L'élève a compris l'énoncé, il a prélevé les données, il s'est organisé en 2 étapes. Il arrive à conclure la bonne réponse et la donne dans une phrase réponse.	Il réalise une addition en colonne puis une addition à trou qu'il résout par un schéma. Il sait gérer l'unité. Il n'y a pas d'erreur.
Elève B	Il comprend qu'il y a 71 masques en tout avec 3 sous parties. Il cherche la partie manquante mais ne parvient pas utiliser ce résultat a bon escient. Il s'est perdu dans son raisonnement et ne donne pas le résultat attendu.	Il utilise une procédure basée sur un schéma qui est assez fastidieuse car il représente chacun des 71 masques puis ceux des 3 parties. Il trouve bien les 11 masques. Il ne calcule pas, sa procédure relève du comptage.
Elève C	L'élève ne parvient pas à modéliser la situation, il ne met pas vraiment de sens. Il ajoute les 3 données. Il donne une phrase réponse et explicite ses calculs.	Il effectue une addition en colonne de 3 termes, le chiffre des unités est juste mais pour celui des dizaines il oublie la retenue et aussi d'ajouter la dizaine du dernier terme. La difficulté vient sûrement du fait qu'il y a 3 termes, il avait pensé à noter la retenue.
Elève D	L'élève a su traduire le problème en une écriture mathématique : 42+18+11 =71 Il fournit une phrase réponse mais ne dit pas comment il trouve 11.	L'élève semble avoir procédé par calcul mental, il n'y a pas de trace de ses calculs, il écrit directement l'addition en ligne qui mène à 71. Il a sûrement trouvé que 42+18 =60 et qu'il fallait rajouter 11 pour arriver à 71.

2.



3. Certains élèves qui ne mettent pas de sens, ont tendance à ajouter les données du problème. Ainsi ils calculeraient 42+18 mais on ne saurait pas s'ils ont réellement compris le problème.
De plus, il n'y a que 2 données et une seule étape, on ne saurait pas si l'élève est capable d'organiser ses recherches en 2 étapes et s'il sait prélever les données utiles.

4. 1ère piste par rapport au calcul : on peut lui proposer de séparer une addition de 3 termes en 2 additions de 2 termes, cela permet d'éviter une surcharge cognitive.

2ème piste par rapport à la résolution : on peut lui proposer de schématiser la situation pour qu'il prenne conscience que le total est 71 et qu'on recherche une partie de cet ensemble, ça doit être forcément plus petit.

SITUATION 4 :

1. C'est l'aspect ordinal qui est travaillé ici. On a une suite de wagons et on doit situer le lapin selon son rang dans cette suite.

2. – L'élève doit connaître la comptine numérique (jusqu'à 16 wagons).
   - L'élève doit savoir se repérer sur une ligne.

3.Pour simplifier :
– réduire le nombre de wagons : par exemple 10 wagons
- placer le lapin plus près d'une extrémité : par exemple à la 4 ème place

4. Pour complexifier :
- placer 2 lapins
- ajouter la contrainte : on ne peut pas revenir voir le train modèle