

SESSION 2022

CRPE

Concours de recrutement de professeurs des écoles

Concours externe

Deuxième épreuve écrite disciplinaire

Mathématiques

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.

Durée : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions relevant de la circulaire du 17 juin 2021 BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique (y compris les montres connectées) est rigoureusement interdit.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P

Ce sujet est composé de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Donner la bonne réponse en la justifiant.

Une réponse erronée n'enlève pas de point. Une réponse non justifiée ne rapporte pas de point.

Questions :	A	B	C	D
1. Quel est le volume d'un cylindre d'une hauteur de 6 cm et de base un disque d'un diamètre de 8 cm ? <i>On rappelle que le volume d'un cylindre se calcule avec la formule suivante :</i> <i>aire de la base \times hauteur.</i>	$48\pi \text{ cm}^3$	$96\pi \text{ cm}^3$	$144\pi \text{ cm}^3$	$384\pi \text{ cm}^3$
2. Le 1 ^{er} juin, Nicolas lance une rumeur en la partageant avec trois personnes. Chaque jour, une personne prévenue la veille prévient trois nouvelles personnes qui ne sont pas encore informées. Combien de personnes apprennent la rumeur le 10 juin ?	30	1 000	59 049	177 147
3. Le prix d'un article subit une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 10 % quelques semaines plus tard. Au final :	le prix de l'article a baissé de 1 %.	l'article a retrouvé son prix initial.	le prix de l'article a augmenté de 1 %.	le prix de l'article a augmenté de 5 %.
4. $\frac{4}{25}$ est...	un nombre réel mais n'est pas un nombre rationnel.	un nombre rationnel mais n'est pas un nombre décimal.	un nombre décimal mais n'est pas un nombre entier.	un nombre entier.
5. Le quart de $\frac{4}{12}$ est...	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{48}$	$\frac{4}{48}$
6. $\frac{2}{3} \times 5 + 5 \times \frac{1}{3}$ est égal à	5	$\frac{20}{9}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{20}{90}$
7. Le triangle ABC est rectangle en B. De plus, AB = 8 cm et AC = 10 cm. L'aire du triangle ABC est...	24 cm^2	40 cm^2	48 cm^2	80 cm^2

EXERCICE 2

Célia s'entraîne à courir tous les jours de la semaine sur le même parcours.

1. Elle aimerait comparer ses résultats d'entraînement sur une semaine à ceux de sa sœur qui s'entraîne également sur le même parcours.

Résultats obtenus par Célia cette semaine :

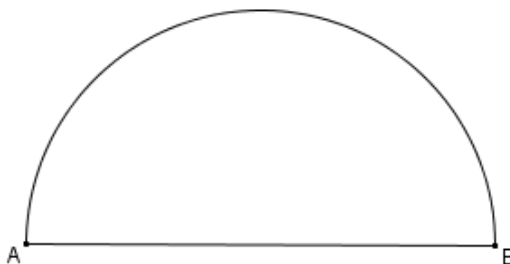
Lundi : 33 min et 12 secondes
Mardi : 32 min et 4 secondes
Mercredi : 40 min et 25 secondes
Jeudi : 27 min et 11 secondes
Vendredi : 30 min
Samedi : 26 min et 38 secondes
Dimanche : 29 min et 1 secondes

Résultats obtenus par sa sœur cette semaine :

Moyenne : 31 min et 13 secondes
Médiane : 30 min
Étendue : 3 min

- a. Comparer les durées moyennes de course.
 - b. Comparer les durées médianes de course.
 - c. Avec les informations ci-dessus, Célia affirme « Je suis la seule de nous deux à avoir réussi à effectuer ce parcours en moins de 28 minutes cette semaine ». Cette affirmation est-elle vraie ?
 - d. Avec les informations ci-dessus, sa sœur lui répond « Moi, j'ai été la plus régulière de nous deux sur la semaine ». Expliquer ce commentaire.
-
2. Le parcours d'entraînement de Célia est représenté ci-contre.

Le diamètre [AB] du demi-cercle reliant le point A au point B a pour longueur 2 300 m.



- a. Représenter le parcours à l'échelle $\frac{1}{20\,000}$. Justifier les mesures retenues pour réaliser la construction à l'échelle.
- b. Montrer que la distance du parcours, arrondie à l'unité, est d'environ 5 913 m.
- c. Aujourd'hui, Célia a bouclé le parcours sur une durée de 33 minutes et 36 secondes. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h, arrondie au dixième près ?
- d. Célia a l'habitude d'effectuer le parcours dans le sens des aiguilles d'une montre en partant du point A. Sur la représentation de la question 2.a., placer les points L, M et N correspondants respectivement au quart, à la moitié et aux trois quarts du parcours.

EXERCICE 3

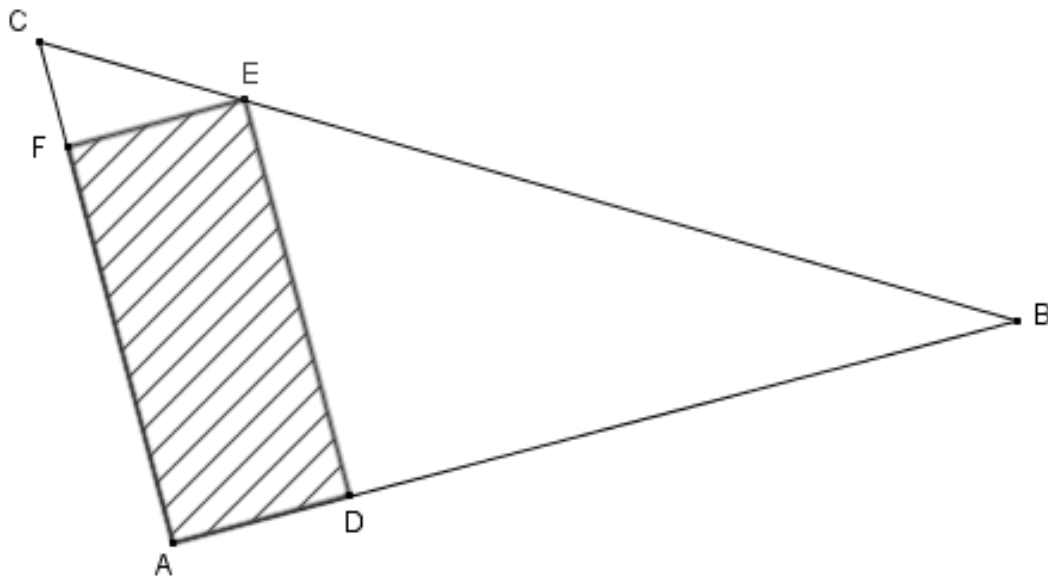
Dans ce problème, les figures qui sont dessinées ne sont pas représentées à l'échelle.

Partie A : Installation du potager

Une enseignante a le projet d'installer un potager rectangulaire ADEF sur une parcelle de forme triangulaire ABC dans l'enceinte de l'école.

Les points A, B, C, D, E et F sont tels que :

- $AB = 24$ m, $AC = 10$ m et $BC = 26$ m ;
- $D \in [AB]$, $E \in [BC]$ et $F \in [AC]$.



La figure ci-dessus n'est pas à l'échelle.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

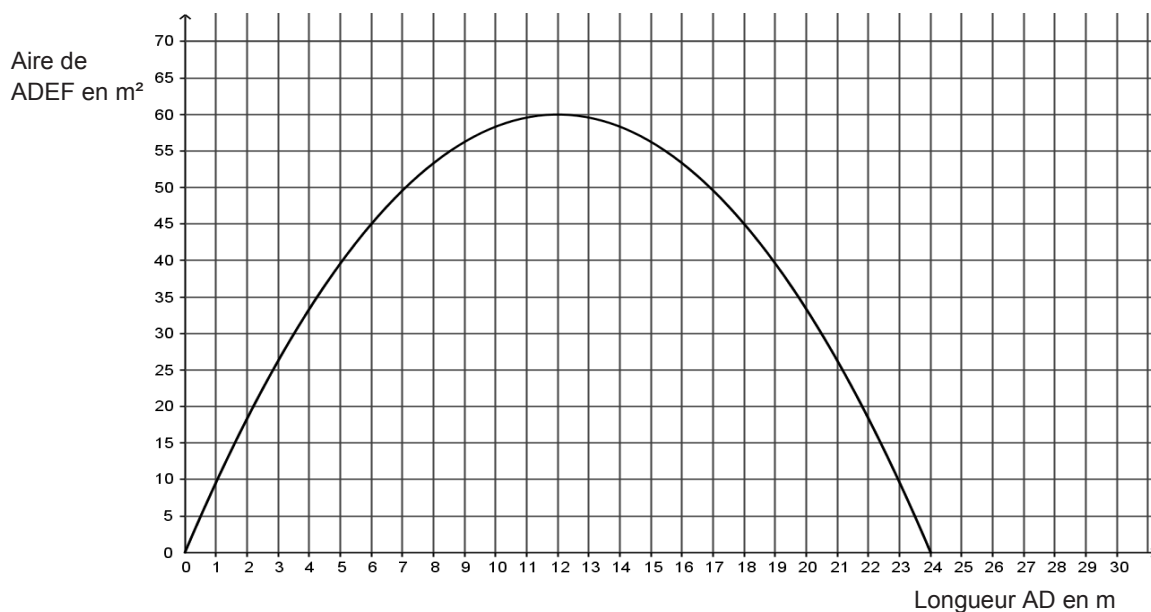
Dans la suite de cette partie, on souhaite déterminer où positionner le point D sur [AB] pour que l'aire du rectangle hachuré ADEF soit la plus grande possible.

2. Dans cette partie on considère que $AD = 4,8$ m.
 - a. Montrer que la longueur DE est égale 8 m.
 - b. En déduire l'aire du rectangle ADEF en m^2 .

On note x la longueur, exprimée en mètre, du segment [AD].

3.
 - a. Montrer que $DE = 10 - \frac{5}{12}x$.
 - b. En déduire l'aire du rectangle ADEF en fonction de x .

4. Le graphique ci-dessous représente l'aire, exprimée en mètre carré, du rectangle ADEF en fonction de la longueur x en mètre.



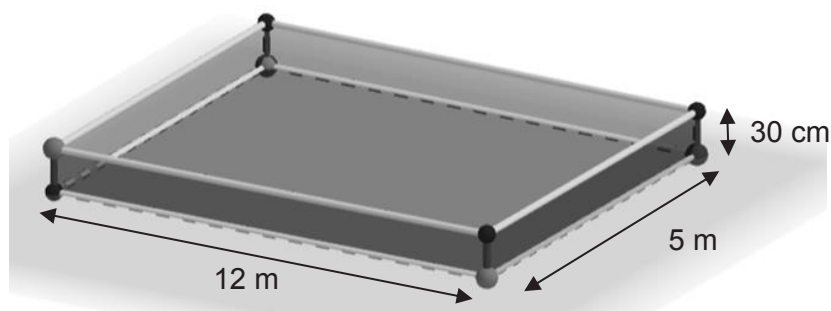
À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes :

- Quelle est l'aire du potager si la longueur AD vaut 5 m ?
- Pour quelle(s) valeur(s) de la longueur AD l'aire du potager est-elle égale à 45 m^2 ?
- Pour quelle(s) valeur(s) de la longueur AD l'aire du potager est-elle supérieure ou égale à 50 m^2 ?
- Quelle est l'aire maximale du potager ? Donner la longueur et la largeur du rectangle ADEF correspondant.

Partie B : Choix du terreau

Dans cette partie, le jardin est assimilé à un rectangle qui a pour longueur 12 m et pour largeur 5 m. On souhaite entourer le jardin d'une bordure de 30 cm de hauteur afin de remplir le pavé droit obtenu d'un mélange de terre et de terreau. On négligera, dans cette partie, l'épaisseur de la bordure du jardin.

Le mélange est composé d'un tiers de terreau et de deux tiers de terre.



- Montrer que le volume de terreau nécessaire pour le potager est de 6 m^3 .

2. Trois magasins proposent les offres suivantes :

Magasin 1	Magasin 2
Livraison : 20 €. 0,10 € le litre de terreau	Livraison offerte 2,35 € le sac de 20 litres de terreau
Magasin 3	20 % de remise immédiate après l'achat d'une carte de fidélité au prix de 10 €
Livraison offerte pour tout achat supérieur à 50 € 5,37 € le sac de 50 litres de terreau	

Quel magasin choisir pour avoir le tarif, livraison comprise, le plus économique possible pour les 6 m³ nécessaires ?

Partie C : Plantation des fleurs

Dans la perspective d'offrir des bouquets de fleurs pour la fête de l'école, l'enseignante souhaite planter des graines dans le potager. Dans la classe il y a 26 élèves et chaque élève reçoit 20 graines à semer.

On a reporté ci-contre ce que l'on peut lire sur le paquet de graines choisi.

On rappelle que le taux de germination d'un paquet de graines indique le pourcentage de graines qui devraient germer et donc produire une fleur.

Taux de germination des graines : 90 % Prix du paquet de graines : 4,53 € Ce paquet contient 50 graines. Période de semis : d'avril à juin Hauteur adulte : 50 cm

1. Combien de fleurs un élève peut-il espérer voir pousser ?
2. Quel sera le budget à prévoir pour l'achat des graines ?
3. En plus des graines, des bulbes de tulipes et de jonquilles sont plantés.
 - a. L'enseignante en plante sur un sixième du potager puis un peu plus loin sur un huitième de ce même potager.
Un élève affirme que les bulbes représentent plus de 25 % du potager. A-t-il raison ? Justifier votre réponse.
 - b. Elle met dans un panier 30 bulbes de jonquilles et des bulbes de tulipes.
La proportion de bulbes de jonquilles dans le panier est de $\frac{5}{6}$.
Calculer le nombre de bulbes de tulipes dans ce panier.

EXERCICE 4

Voici un programme écrit avec le logiciel Scratch.

```
1 quand [drapeau] est cliqué
2 effacer tout
3 aller à x: 0 y: 0
4 s'orienter à 90
5 répéter 4 fois
6   stylo en position d'écriture
7   avancer de 10
8   relever le stylo
9   avancer de 10
10  tourner de 90 degrés
```

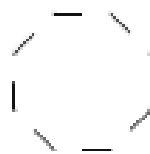
1. Représenter la figure obtenue lorsque le programme est exécuté. On prendra 1 mm pour 1 pixel.

2. Marie souhaite obtenir la figure ci-dessous où chaque tiret mesure 10 pixels et est séparé du précédent de 10 pixels. Quelle(s) modification(s) doit-elle apporter au programme ?



3. a. Léo souhaite modifier le programme donné pour que l'on obtienne la figure ci-dessous.

Quelle(s) modification(s) doit-il apporter au programme de départ ?



b. Quel type de transformation géométrique permet de passer d'un tiret à un autre ?

Deuxième épreuve écrite du CRPE

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

Concours Externe

	Code concours	épreuve	matière
Public	EXT PO PU	102	9418
Privé	EXT PO PR	102	9418

Information aux candidats : les codes doivent être reportés sur les rubriques figurant en en-tête de chacune des copies que vous remettrez.