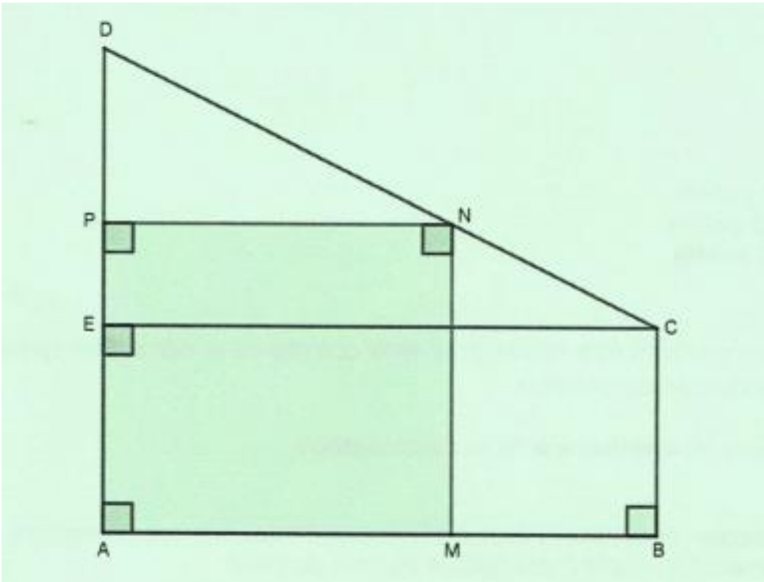
ForProf
Institut National de Formation des Professeurs

Corrigé du CRPE de mathématiques – Groupement 2 – 27 Juin 2020
Aix-Marseille, Besançon, Bordeaux, Corse, Dijon, Limoges, Nantes, Nice, Orléans-Tours, Strasbourg, Toulouse

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

Partie A : Installation des panneaux voltaïques

1.



Vue de dessus du toit (la figure n'est pas à l'échelle)

Puisque ABCE est un quadrilatère ayant 3 angles droits, ABCD est un rectangle. On en déduit : AE = BC = 3.

On a donc : DE = AD- DE = AD – BC = 7 – 3 = 4.

Le point P appartient au segment [DE]. La longueur DP est donc supérieure ou égale à 0 et elle est aussi inférieure ou égale à la longueur DE. Puisque $x = DP$, on en déduit que x est compris entre 0 et 4.

2. Le quadrilatère AMNP est un rectangle donc la droite (PN) est parallèle à la droite (AM). Comme M est un point du segment [AB], les droites (AM) et (AB) sont confondues.
   De plus, ABCE est un rectangle, donc **les droites (AB) et (EC) sont parallèles.**
   La droite (PN) est donc parallèle à la droite (EC).

   P est un point du segment [ED] et N est un point du segment [CD].

   Les triangles DPN et DEC froment donc une configuration de Thalès.

   D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{PN}{EC} = \frac{DP}{DE}$.

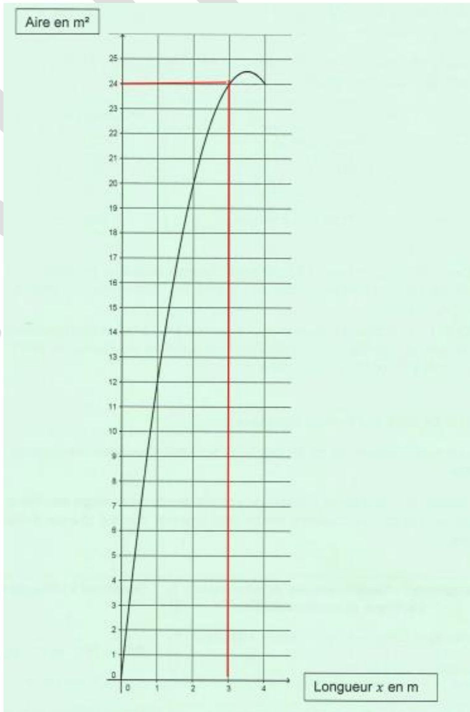
On en déduit : $\frac{PN}{8} = \frac{x}{4}$. D'où $PN = 2x$.

3. Le quadrilatère AMNP est un rectangle donc
$$A(x) = AP \times PN = (AD - DP) \times PN = (7 - x) \times 2x$$
On développe cette expression :
$$A(x) = 14x - 2x^2$$

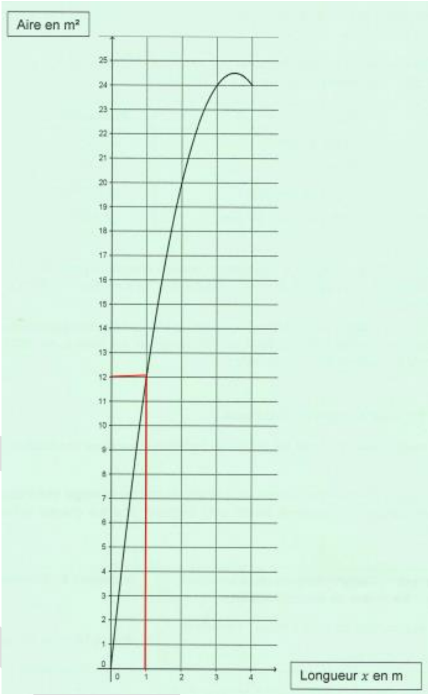
4. $x = 2$.
On calcule $A(2)$
$$A(2) = 14 \times 2 - 2 \times 2^2 = 20$$
L'aire du support est donc égale à 20 m².

5.

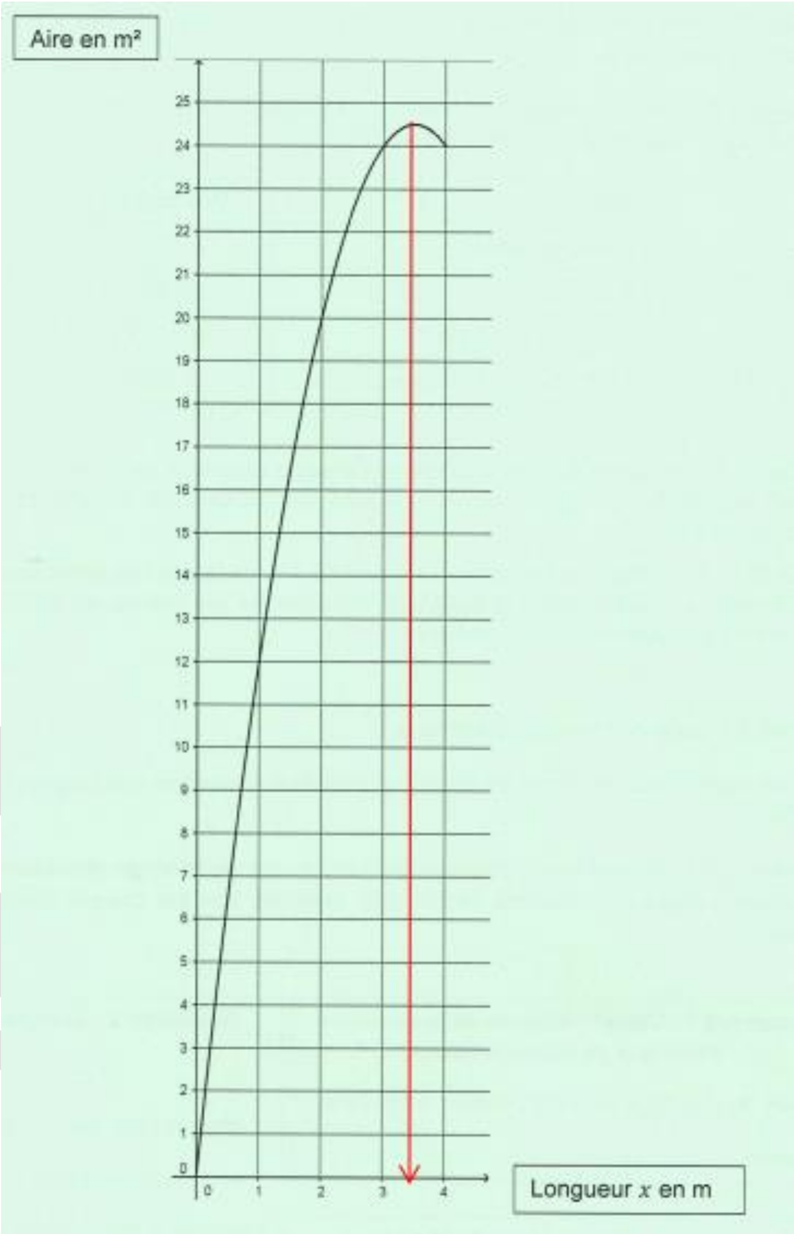
a. Pour $x = 3$, l'aire est égale à 24 m².
On détermine l'image de 3 çà l'aide de la courbe.



b. On détermine l'antécédent (ou les antécédents) de 12 à l'aide de la courbe, c'est-à-dire l'abscisse (ou les abscisses) des points de la courbe d'ordonnée 12. Il n'y a qu'un seul point. L'abscisse de ce point est égale à 1.
La longueur de x donnant une aire de 12 m² est égale à 1 mètre.



c. L'abscisse du point de la courbe donnant la valeur maximale est égale à 3,5. La longueur de x correspondant à une aire maximale est 3,5 mètre.



Partie B : Les différentes énergies renouvelables.

1. $\frac{9{,}2}{24+9{,}2+48{,}6+7} = \frac{9{,}2}{88{,}8} = \frac{23}{222} \approx 0{,}1036$

Le pourcentage est d'environ 10,36 % (pourcentage arrondi à 0,01 %)

2. Notons Q la quantité totale d'électricité consommée en France en 2017.
   On a : $18{,}4\% \times Q = 88{,}8$. On en déduit $Q = \frac{88{,}8}{0{,}184} = \frac{11\,100}{23} \approx 482{,}61$
   La quantité d'électricité consommée en France en 2017 est de 482,61 TWh, valeur arrondie à 0,01 TWh près.

Partie C : Coût de l'énergie électrique

Calculons l'énergie électrique consommée par la bouilloire pendant 1 an en Wh.

$$E = P \times T = 2200 \times \frac{86}{3600} \times 365 = \frac{172645}{9}$$

La bouilloire consomme environ 19182,78 Wh en une année ou encore 19,18278 kWh.

Notons $\boldsymbol{p}$ le prix de l'énergie électrique, TTC, attribuée à la bouilloire l'année 2018.

$$\boldsymbol{p = E \times (1 + 20\%) \times 0{,}099 \approx 2{,}28} \quad \textit{avec } E \textit{ exprimée en } kWh \ (E = \frac{172{,}645}{9} kWh).$$

La prix de l'énergie électrique sera donc de 2,28 euro, valeur arrondie au centime d'euro près.

Partie D : Installation d'un récupérateur d'eau.

1.

$$\boldsymbol{V_1 = \frac{1}{3} \times (0{,}92 \times 1{,}9) \times 4{,}6 \approx 2{,}68027}$$

Le volume de la pyramide SABCD est égal à 2,680 mètre cube, valeur arrondie au litre.

2. a. La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD de coefficient $k = \frac{SH'}{SH}$, soit $\frac{3}{5}$.

   b. Le volume V_2 de la pyramide tronquée est égal à $k^3 \times V_1$ mètre cube.

$$V_2 = (\frac{3}{5})^3 \times \frac{1}{3} \times (0{,}92 \times 1{,}9) \times 4{,}6 = 0{,}5789376$$

3. Le volume de la pyramide SA'B'C'D' est égal à 0,579 mètre cube, valeur arrondie au litre près.

$$\boldsymbol{V = V_1 - V_2 \approx 2{,}680 - 0{,}579}$$

Le récupérateur d'eau a bien un volume d'environ 2,101 mètre cube.

4.

$$\frac{2{,}101}{0{,}012} \approx 175{,}08$$

Mme Martin pourra remplir 175 arrosoirs complètement avec son récupérateur d'eau.

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

EXERCICE 1

1.

On calcule le nombre de minutes sur une année.
On a : $60 \times 24 \times 365 = 525\,600$
Il y a eu 525 600 relevés effectués.

2. a. L'étendue est de 23 m/s. La valeur minimale de la vitesse du vent est donc égale à 24-23 soit 1 m/s.
Les éoliennes tournent dès que la vitesse du vent dépasse 3 m/s, le gérant a donc raison.

b. La médiane est de 14,3 m/s, donc la vitesse du vent est au-delà de 13 m/s pendant la moitié du temps.
De plus, la vitesse maximale est de 24 m/s, donc les éoliennes ne sont pas arrêtées au cours de l'année.

Le gérant peut donc affirmer que les éoliennes ont délivré une puissance électrique stabilisée pendant au moins la moitié du temps.

EXERCICE 2

1. Réponse fausse.
En effet 4 700 001 est un multiple de 3 car la somme de ses chiffres qui le composent est égale à 12, multiple de 3.

2. Réponse fausse.
32^{12} est un multiple de 2 donc il est pair.
16^{15} est un multiple de 2 (car multiple de 16) donc $16^{15}+3$ est un nombre impair.

Les deux nombres ne peuvent être égaux.

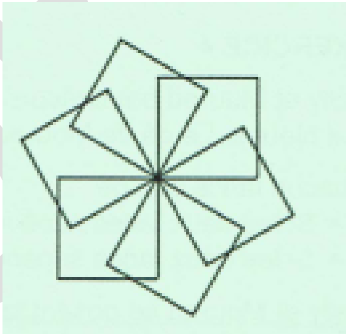
3. Réponse vraie.
Notons n et $n+1$ deux entiers naturels consécutifs.
On a : $n^2+(n+1)^2 = n^2+n^2+2n+1 = 2n^2+2n+1 = 2n(n+1)+1$
Comme le nombre $2n(n+1)$ est un multiple de 2, le nombre $2n(n+1)+1$ est impair.

4. Réponse vraie.
   Si le triangle ABC est rectangle alors son hypoténuse est AC (plus grand côté).
   On a : $AC^2=8^2=6$ et $AB^2 + BC^2 = 6{,}4^2 + 4{,}8^2 = 64$

On en déduit que $AC^2 = AB^2 + BC^2$ et donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

EXERCICE 3

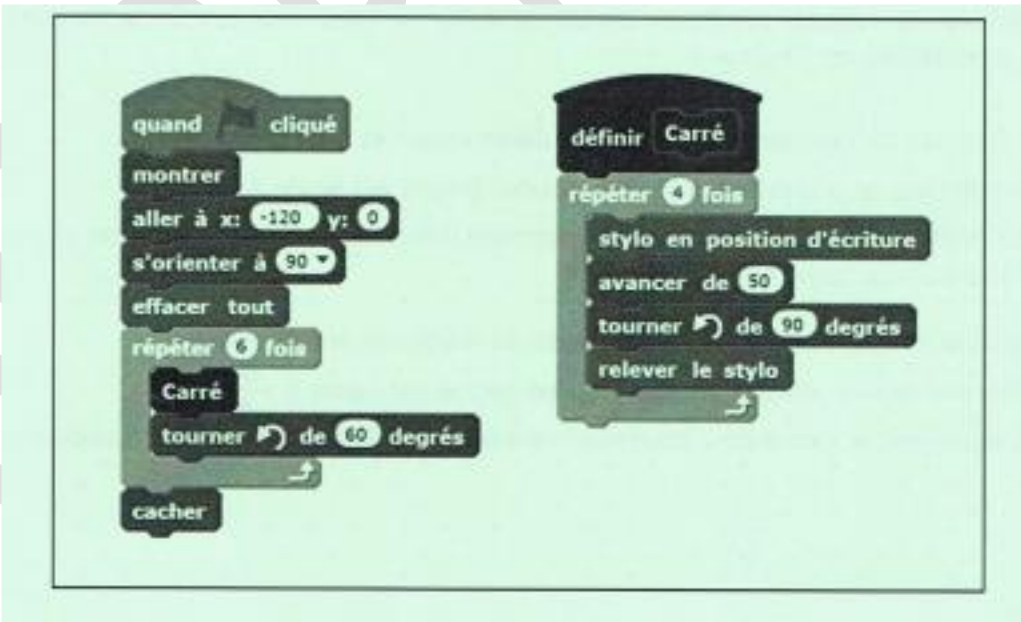
1. 6 motifs carrés composent la rosace. Le sous programme « Carré » est appelée 6 fois dans le programme principal.



2.

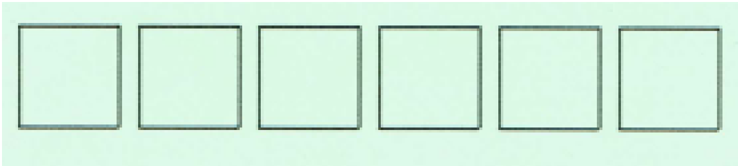
La transformation géométrique est une rotation de centre le centre de la rosace et d'angle 60 degrés.

3.



Pour obtenir la rosace composée de 10 motifs, il faut répéter la boucle 10 fois et tourner de 36° dans le sens direct.

4.



Pour obtenir la figure ci-dessus, il faut remplacer l'instruction 

par l'instrcution 

En effet, il ne s'agit plus d'une rotation de 60 degrés mais d'une translation. Les carrés ont pour longueur de côté 50 pixels et l'écart entre deux carrés est de 10 pixels, il faut donc avancer vers la droite de 60 pixels.

EXERCICE 4

1. a. On note R et B les événements respectifs « la face supérieure est de couleur rouge » et « la face supérieure est de couleur bleue ».
Etablissons un tableur à double entrées représentant tous les résultats possibles. La première ligne du tableau représente les différentes faces du dé e Mourad et la première colonne celle des faces du dé de Kelly.

	R	R	R	R	R	B
R	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; B)
R	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; B)
R	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; B)
R	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; B)
B	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; B)
B	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; B)

Mourad gagne si les deux dés sont de même couleur. Parmi les 36 issues possibles, seules 22 sont des issues donnant des faces de la même couleur. La probabilité que Mourad gagne est donc de 22/36 soit 11/18.

b. Le coloriage proposé ne permet pas de répondre favorablement à la question posée. En effet la probabilité que Kelly gagne est de 7/18. Il n'y a pas d'égalité.

2. a.

Si x est égal au nombre de faces rouges du dé de Kelly alors 6-x est égal au nombre de faces bleues du dé de Kelly.

Le dé de Mourad est composé de 5 faces rouges et une face bleue.

Le nombre d'issues donnant deux faces rouges est donc égal à $5x$ et celui donnant deux faces bleues $(6-x)\times 1$.

Le nombre d'issues donnant deux faces de même couleur est donc égal à $5x+(6-x)$ soit $4x+6$.

La probabilité que Mourad gagne est donc égal à $\frac{4x+6}{36}$.soit encore $\frac{2x+3}{18}$.

b. Il faut que le probabilité que Mourad gagne soit égale à 0,5. On doit résoudre l'équation :

$$\frac{2x+3}{18} = 0{,}5$$

Soit encore

$$2x+3 = 9$$

ce qui donne $x = 3$

La valeur de x doit donc être égale à 3 pour répondre favorablement à la question posée.

Corrigé du CRPE de mathématiques – Groupement 2 – 27 Juin 2020
Aix-Marseille, Besançon, Bordeaux, Corse, Dijon, Limoges, Nantes, Nice, Orléans-Tours, Strasbourg, Toulouse

TROISIÈME PARTIE (14 points)

SITUATION 1 :

1.

	Description	Modéliser	Calculer
A	Additionne les nombres de l'énoncé. Rédige une phrase réponse en cohérence avec son résultat.	N'a pas compris le sens du problème. Pour cet élève, résoudre un problème, c 'est utiliser (ajouter) les nombres présents dans l'énoncé. Réponse fausse.	Addition avec retenue en colonne exacte.
B	Soustrait les nombres de photos successivement posées à la capacité de l'album. Rédige une phrase réponse en cohérence avec son résultat.	A compris le sens du problème. Traite la situation par soustractions successives. Réponse inexacte.	Soustraction en colonnes bien posées. Erreur de calcul dans les deux soustractions. Pour calculer la différence de deux termes, il prend le chiffre le plus grand des deux termes de la soustraction et le soustrait au plus petit (erreur dite des « écarts orientés »).
C	Calcule la somme des photos de Rémi et de Chloé à insérer dans l'album, puis soustrait ce nombre au nombre total que peut contenir l'album. Donne la réponse sans faire de phrase.	A compris le sens du problème. Procédure correcte. Réponse exacte.	Calculs (additions et soustractions) effectués mentalement en ligne.

D	Procédure identique à celle de l'élève B.	A compris le sens du problème. Procédure correcte. Réponse exacte.	Calculs en ligne avec utilisation abusive du signe « = ». Les égalités mathématiques sont en effet erronées. Son écriture traduit sa pensée
E	Calcule la différence entre le nombre de photos de Rémi et celui de Chloé. Ne rédige pas de phrase réponse.	N'a pas compris le sens du problème. Ne modélise pas correctement le problème. → c'est peut-être le mot « reste » qui l'incite à poser une soustraction Réponse fausse.	Pose et effectue correctement une soustraction en ligne de deux petits termes avec retenue.

2. L'enseignant pourrait proposer un album de 100 vignettes ainsi que 40 vignettes à insérer.
   L'enseignant pourrait proposer une modélisation du problème par un schéma en représentant le nombre de vignettes que peut comporter l'album par des paquets de 10 vignettes.
   L'enseignant pourrait demander à l'élève de reformuler la situation avec le « vocabulaire des problèmes »
   Dans ce problème, il s'agit …d'ajouter/d'enlever/de chercher ce qu'il reste/de réunir/de partager etc., puis de schématiser la situation

3. L'enseignant peut demander à cet élève de soustraire 20 à 100. Cet élève trouvera facilement la solution et se rendra compte que la différence de 100 par 24 est inférieure à 80.

4. L'opération à utiliser est induite par l' énoncé, en particulier le mot « reste » qui suggère l'utilisation de la soustraction.
   L'enseignant ne pourra pas savoir si les élèves modélisent correctement le problème.

   Il n'y a que 2 nombres à utiliser. L'enseignant ne pourra pas évaluer la capacité de l'élève à utiliser les bonnes données pendant la phase d'instanciation.

SITUATION 2 :

1. Les élèves doivent connaître les notions d'aire et de périmètre d'une figure géométrique. Les formules du périmètre et de l'aire d'un rectangle doivent être connues.

2.

	Longueur (cm)	Largeur (cm)	Aire (cm²)	Périmètre (cm)
Cas 1	4	4	16	16
Cas 2	8	2	16	20
Cas 3	16	1	16	34
Cas 4	32	0,5	16	65

3.
Les difficultés peuvent venir d'une méconnaissance des formules de l'aire et du périmètre d'un rectangle, d'une confusion entre aire et périmètre, de la décomposition multiplicative de 16 par deux nombres (entiers ou décimaux).

4. L'enseignant peut revenir sur la définition et les propriétés d'un rectangle et donc amener l'élève à comprendre qu'un carré est un rectangle particulier.

   Par exemple, l'enseignant pourrait proposer un carré, demander aux 2 élèves de reformuler les propriétés fondamentales d'un rectangle et leur demander de vérifier si elles s'appliquent au carré.

   L'enseignant aurait pu proposer dans son énoncé que la longueur et la largeur doivent être différentes, ce qui exclura d'office le cas du carré.

5. a.
   Hypothèse 1 :
   Cet élève a effectué des divisions successives de 16 par les premiers entiers : 1 puis 2 et enfin 3. Il choisit donc comme largeur les premiers entiers pour déterminer les longueurs successives.

   Hypothèse 2 :
   Cet élève a considéré qu'en choisissant 4 x 4, il n'obtenait pas un rectangle.
   Il a donc effectué la division du périmètre par une largeur possible (3 cm) ; le quotient était alors pour lui la longueur.

   b. Cet élève connait les nombres décimaux et sait calculer avec la technique de la potence la division décimale de deux entiers, avec quotient à deux décimales.

Cet élève ne donne pas de sens à la notion de quotient et de reste pour formuler une réponse.

c. Il suffit de lui faire calculer le produit du quotient par le diviseur. Il ne retrouvera pas le nombre 16.

On peut aussi lui faire remarquer que sa division a pour reste 1 centième..

d. L'enseignant pourra revenir sur la division décimale de deux entiers, et en particulier sur la notion de quotient, de reste et d'écriture du résultat, ou sur le lien carré/rectangle.

SITUATION 3 :

1. La notion travaillée est la proportionnalité. En effet, il s'agit d'une recette et la quantité d'un ingrédient nécessaire pour faire un certain nombre de crêpes et proportionnelle à la quantité d'un autre ingrédient.

2. Les nombres 15, 25, 10 et 60 sont des multiples de 5.
   Le nombre 10 peut être obtenu par la différence de 25 et de 15.. Le nombre 60 est un multiple de 10.
   Les élèves pourront donc utiliser des procédures personnelles, en particulier la procédure utilisant la propriété additive de linéarité et la propriété multiplicative de linéarité.

3. Procédure n ° 1 : utilisation de la propriété multiplicative de linéarité.
   Les élèves calculent la masse de farine nécessaire pour 5 crêpes (en divisant toutes la quantité nécessaire à la fabrication de 15 crêpes par 3) et multiplient par 2 la masse trouvée.

   Procédure n°2 : utilisation de la propriété additive de linéarité.
   10 crêpes, c'est 25 crêpes moins 15 crêpes.
   La masse nécessaire pour la fabrication de 10 crêpes est donc égale à la différence de la masse nécessaire pour la fabrication de 25 crêpes et de la masse nécessaire à la fabrication de 15 crêpes, soit 500 g – 300 g, donc 200 grammes.

   Procédure n° 3 : passage par l'unité ou calcul de la masse de farine nécessaire à la fabrication de 1 crêpe.
   Pour fabriquer 15 crêpes, il faut 300 g de farine. Donc pour fabriquer 1 crêpe, il faut 20 grammes de farine (300/15).
   Les élèves multiplieront ensuite cette quantité par 10.

4. Pour la fabrication de 10 crêpes, cet élève s'est trompé dans sa soustraction 125-75, qui faisait appel à une retenue.

Pour la fabrication de 60 crêpes, la quantité de lait est erroné. L'opération posée est correcte, ainsi que le résultat. Mais cet élève a utilisé son résultat précédent qui était faux.

Aide possible pour son erreur :
- Faire calculer la somme de 150 et de 75
- Lui faire remarquer que la différence (150) est supérieure au premier terme de sa soustraction.